

## SIMULAÇÃO NUMÉRICA E MÉTODO DESIGN CONSTRUTAL APLICADOS AO ESTUDO DE FLAMBAGEM EM PLACAS DE AÇO COM PERFURAÇÃO HEXAGONAL

*Caio Cesar Cardoso da Silva<sup>1</sup>, Daniel Helbig<sup>1</sup>, João Paulo Silva Lima<sup>1</sup>, Mauro de Vasconcellos Real<sup>2</sup>, Elizaldo Domingues dos Santos<sup>2</sup>, Luiz Alberto Oliveira Rocha<sup>2</sup> & Liércio André Isoldi<sup>2</sup>*

---

### RESUMO

SILVA, C.C.C.; HELBIG, D.;LIMA, J.P.S.; REAL, M.V.; SANTOS, E.D.; ROCHA, L.A.O.; ISOLDI, L.A. Simulação numérica e método design construtal aplicados ao estudo de flambagem em placas de aço com perfuração hexagonal. **Perspectivas Online: Exatas & Engenharias**, v. 8, n.20, p.64-77,2018.

Placas finas de aço são componentes muito utilizados em estruturas navais e oceânicas. Por se tratarem de elementos esbeltos, essas placas são propensas a sofrerem o fenômeno da flambagem, quando submetidas a um carregamento de compressão axial. A realização de perfurações nestes componentes pode ser necessária, o que gera uma redistribuição de tensões, causando mudanças no desempenho mecânico. Este trabalho propõe um estudo do fenômeno de flambagem em placas quadradas ou retangulares, simplesmente apoiadas e com perfuração hexagonal longitudinal. A simulação numérica foi utilizada para determinar a carga crítica de flambagem e a carga de colapso da placa. O

método Design Construtal foi aplicado, permitindo avaliar a influência do grau de liberdade  $H_0/L_0$  (sendo  $H_0$  a altura e  $L_0$  o comprimento da perfuração hexagonal), no comportamento mecânico das placas. A fração de volume da perfuração na placa ( $\square$ ) também foi considerada, correspondendo a 10%, 15%, 20% e 25% do volume total da placa. Os resultados mostraram a direta influência da relação  $H_0/L_0$  na ocorrência da flambagem, para cada valor de fração de volume estudada. Além disso, o método Design Construtal, associado ao mecanismo de busca exaustiva, permitiu definir a geometrias ótima para a perfuração hexagonal nas placas.

**Palavras-chave:** Placas de aço; Flambagem; Simulação numérica; Design Construtal.

---

---

**ABSTRACT**

Steel thin plates are components widely used in naval and oceanic structures. Plates are slender elements, and when these elements are submitted to an axial compressive load can suffer the buckling phenomenon. In many cases can be necessary to realize perforations in these components, which causes a tension redistribution and mechanical performance change in plates. This work proposes a buckling behavior study in square or rectangular steel plates, simple supported, with longitudinal hexagonal perforations. The numerical simulation was used to determine the critical buckling load and collapse load.

The Constructal Design method was applied to evaluate the influence of freedom  $H_0/L_0$  degree of freedom in mechanical behavior plates (where  $H_0$  is height and  $L_0$  is length of hexagonal perforation). The hole volume fraction of the plate ( $\phi$ ) also was considered, and correspond to 10%, 15%, 20% and 25% of total plate volume. The results show the direct influence of the ratio  $H_0/L_0$  in the buckling occurrence, for each studied volume fraction. Moreover, the Constructal Design method, associated to exhaustive search mechanism, allowed defining the optimal geometry of the hexagonal perforation at the plates.

**Keywords:** Steel Plates; Buckling; Numerical Simulation; Constructal Design.

---

<sup>1</sup> Universidade Federal do Rio Grande, FURG – Rua Visc. De Paranaguá, 102, Centro, Rio Grande, RS, CEP: 96203-900, Brasil;

<sup>2</sup> Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS - Av. Paulo Gama, 110, Farroupilha, Porto Alegre, RS, 90040-060, Brasil.

(\*)e-mail: liercioisoldi@furg.br

Data de chegada: 07/05/2017 Aceito para publicação: 29/05/2017

## 1. INTRODUÇÃO

A indústria naval e oceânica apresenta uma grande demanda por placas finas de aço, que são utilizadas como componentes de diversas estruturas deste setor como, por exemplo, plataformas de petróleo, pórticos de estaleiros, comportas, docas flutuantes e embarcações de pequeno a grande porte. A principal característica das placas finas de aço é a sua esbeltez, ou seja, elas possuem uma pequena espessura quando comparada com as dimensões de sua largura e comprimento. Essa característica única garante uma vantagem significativa para a estrutura que utiliza placas finas como componentes estruturais, que é a redução do seu peso de uma forma geral, aliado a uma boa resistência mecânica destes componentes. Outras vantagens na utilização de placas finas de aço podem ser citadas, como: bom desempenho frente às solicitações mecânicas as quais serão impostas, resistência à corrosão quando adicionado o cromo, níquel ou zinco (aço galvanizado), etc. (SILVA, 2012).

O fenômeno de flambagem ocorre em elementos esbeltos, como placas finas e colunas esbeltas. Quando uma placa fina sem deformações é submetida a um carregamento axial de compressão, uma deflexão lateral ocorrerá somente quando o carregamento atinge um valor crítico, gerando um comportamento de flambagem elástica ou linear na placa. Esta deflexão lateral pode aumentar gradualmente, em função do aumento da carga aplicada, até um determinado carregamento (carga última) que provocará o colapso do elemento, caracterizando um comportamento de flambagem elasto-plástica ou não linear na placa (TRAHAIR et al., 2008). Além disso, a existência de perfurações nesses elementos estruturais ocorre com bastante frequência, nas mais variadas formas e tamanhos, com o objetivo de permitir acesso (janelas e escotilhas), passagem de cabos de energia e tubulações ou, simplesmente, para a redução do peso próprio da estrutura. Sendo assim o desempenho de uma placa perfurada, frente ao fenômeno de flambagem, é influenciado pelo tipo, forma, tamanho e localização da perfuração (CHOW e NARAYANAN, 1984).

Diversos trabalhos relativos ao estudo de flambagem elástica de placas podem ser encontrados na literatura científica, dentre os quais se destacam: El-Sawy e Nazmy (2001) utilizaram a modelagem computacional para determinar a carga crítica de flambagem elástica em placas retangulares, sujeitas a carregamento uniaxial de compressão, com perfurações circulares e retangulares (com cantos arredondados). El-Sawy e Martini (2007) utilizaram o Método dos Elementos Finitos (MEF) para determinar a carga crítica de flambagem elástica em placas de aço retangulares, com carregamento axial longitudinal e perfurações circulares. Em Rocha et al. (2013) o método *Design Construtal* foi utilizado para determinar a geometria e dimensão de perfuração em placas finas de aço carregadas axialmente, visando a maximização da carga crítica de flambagem elástica nessas placas perfuradas. Também são encontrados na bibliografia atual, trabalhos envolvendo o comportamento de flambagem não linear ou elasto-plástica em placas: El-Sawy et al. (2004) utilizaram em seu trabalho o MEF e a simulação numérica para determinar a flambagem elasto-plástica de placas quadradas e retangulares, submetidas a perfurações circulares e carregamento de compressão uniaxial. Recentemente, Lorenzini et al. (2016) e Helbig et al. (2016) realizaram uma análise do comportamento de flambagem elástica e elasto-plástica em placas de aço perfuradas, utilizando a modelagem computacional e o método *Design Construtal*. Nestes dois últimos estudos, os autores investigaram a influência da geometria e dimensão de perfurações centralizadas na flambagem de placas finas de aço, definindo uma curva limite de flambagem, com o intuito de evitar a ocorrência da flambagem em cada caso estudado.

No presente trabalho, foram realizadas simulações numéricas em placas perfuradas, submetidas a um carregamento axial de compressão, utilizando o software *ANSYS*<sup>®</sup>, que é baseado no MEF. Foram consideradas perfurações na placa do tipo hexagonal longitudinal. Soltani et al. (2012) estudaram o comportamento de flambagem da alma de vigas casteladas (com perfurações hexagonais e octogonais), enquanto Cheng et al. (2006) estudaram o comportamento de flambagem em placas de material compósito submetidas a perfurações hexagonais, porém ainda existem poucos estudos a respeito do assunto. O principal objetivo do trabalho é o estudo da forma e dimensão da perfuração hexagonal em placas de aço, visando o aumento do desempenho mecânico destes elementos frente ao fenômeno de flambagem elástica e elasto-plástica. Para isso, o método *Design Construtal* é utilizado, o que garante uma avaliação consistente das geometrias e dimensões ótimas de perfurações. Relações entre o volume do furo e da placa ( $\square$ ), nos valores

de 0,10, 0,15, 0,20 e 0,25 são consideradas, com o objetivo de maximizar a carga de compressão, evitando a flambagem. A geometria das perfurações pode variar através da relação característica entre as dimensões  $H_0/L_0$ . Foram definidas duas relações entre a largura  $H$  e comprimento  $L$  da placa:  $H/L=0,5$  (placa retangular) e  $H/L=1,0$  (placa quadrada). Além disso, para todos os casos estudados, a placa apresenta vinculação simplesmente apoiada nos quatro bordos, e as perfurações são posicionadas de forma centralizada na placa, respeitando uma distância limite mínima de 100 mm entre a borda do furo e a borda da placa.

## 2. METODOLOGIA

Na metodologia do presente trabalho é realizada a descrição da teoria de flambagem em placas, aplicada aos métodos e procedimentos adotados na modelagem computacional do problema em estudo. Neste item também serão estudados os conceitos relativos ao Método *Design Construtal* e a sua aplicação no estudo da flambagem de placas.

### 2.1. Teoria de flambagem de placas

Quando placas finas de aço são submetidas a carregamentos axiais de compressão, uma curvatura ou deflexão lateral pode ocorrer, caracterizando a ocorrência da flambagem. A Figura 1 mostra uma placa fina (largura  $H$ , comprimento  $L$  e espessura  $t$ ) submetida a um carregamento axial de compressão, considerando as bordas carregadas engastadas e as bordas não carregadas livres de vinculação (ÅKESSON, 2007).

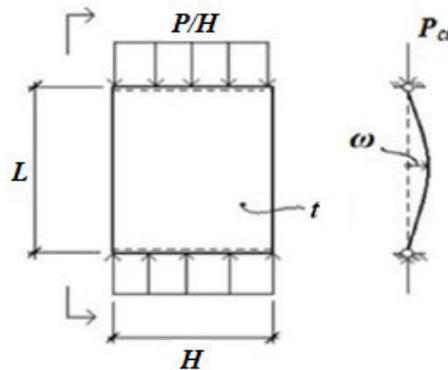


Figura 1: Placa submetida a um carregamento axial de compressão (ÅKESSON, 2007)

Quando o carregamento alcança um valor crítico, a placa sofre uma deflexão lateral de forma repentina (deslocamento  $\omega$ ). Esta deflexão lateral e curvilínea, mostrada na Fig. 1, indica a ocorrência do fenômeno de flambagem e a carga que provoca este fenômeno é denominada carga crítica,  $P_{cr}$ . Para carregamentos menores que a carga crítica, a deflexão não é permanente, ou seja, se retirado o carregamento, a placa volta a sua configuração original. Quando o carregamento atinge o valor de carga crítica, a deflexão na placa se torna permanente, ocorrendo o fenômeno denominado flambagem elástica ou linear (ÅKESSON, 2007). Uma placa no estado de flambagem elástica apresenta cargas de colapso muito maiores que a crítica, sendo assim, a placa suporta um aumento de carregamento acima de  $P_{cr}$ , até o momento em que a carga de colapso é atingida. Logo, essa capacidade de carga pós-flambagem que a placa apresenta caracteriza a ocorrência da flambagem elasto-plástica ou não linear (SZILARD, 2004).

Vinson (2005) apresenta uma solução analítica para o problema de flambagem elástica em placas simplesmente apoiadas (sem perfuração), de comprimento  $L$ , largura  $H$ , espessura  $t$  e submetida a um carregamento uniaxial de compressão (conforme mostrado na Fig. 1). A solução analítica é dada pela por:

$$P_{cr} = k \frac{\pi^2 D}{H^2} \quad (1)$$

onde  $P_{cr}$  é a carga crítica por unidade de comprimento,  $\pi$  é uma constante matemática e  $k$  é o coeficiente de flambagem da placa, dado por:

$$k = \left( m \frac{H}{L} + \frac{1}{m} \frac{L}{H} \right)^2 \quad (2)$$

sendo  $m$  o modo de deformação da placa e  $D$  a rigidez à flexão da placa, definida por:

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (3)$$

onde  $E$  e  $\nu$  são o módulo de elasticidade longitudinal e o coeficiente de Poisson do material da placa, respectivamente. A tensão que provoca a deflexão elástica,  $\sigma_{cr}$ , é definida através da relação entre a carga crítica,  $P_{cr}$ , e a espessura da placa,  $t$ . Esta tensão é denominada tensão de flambagem elástica ou crítica e é dada por:

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{t}{H} \right)^2 \quad (4)$$

A teoria de flambagem não linear é extremamente complexa e difícil de ser estudada analiticamente, sendo necessária a aplicação de métodos computacionais para a solução destes problemas.

## 2.2. Modelagem computacional

O comportamento mecânico de placas isotrópicas e perfuradas, quando submetidas ao fenômeno de flambagem elástica e inelástica, deve ser representado por um sistema de equações diferenciais parciais que, através de um método de discretização, poderão ser resolvidas numericamente. Um método de discretização bastante empregado na análise numérica de estruturas é o Método dos Elementos Finitos (MEF) (BLAAUWENDRAAD, 2010). Um programa baseado no MEF comumente utilizado é o software ANSYS<sup>®</sup>, que possui uma ampla variedade de soluções numéricas para problemas mecânicos. Sendo assim, o software ANSYS<sup>®</sup> foi utilizado para a simulação numérica do comportamento mecânico das placas envolvidas neste estudo.

No presente trabalho, o elemento finito do tipo casca com oito nós foi utilizado. Este elemento é particularmente adequado para a modelagem computacional de placas e cascas com espessura fina. O elemento apresenta seis graus de liberdade em cada nó, envolvendo translações e rotações em torno dos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente (ANSYS, 2005).

### 2.2.1. Flambagem elástica

O procedimento numérico utilizado para o cálculo da carga crítica que provoca a flambagem elástica é baseado em uma análise de autovalores e autovetores. Uma vez assumido que a estrutura apresenta um comportamento elástico linear, uma instabilidade estrutural é prevista, sendo o enfoque do estudo a verificação da carga que provoca a flambagem elástica do elemento. Para este tipo de análise, que envolve as condições de equilíbrio das equações de elementos finitos, é necessária a solução de equações algébricas homogêneas, cujo menor autovalor e autovetor correspondem, respectivamente, à carga crítica de flambagem e ao modo de deformação elástica da estrutura (MADENCI e GUVEN, 2006).

A matriz de rigidez global de uma placa,  $[K]$ , é obtida através da soma de uma matriz de rigidez responsável pelas pequenas deformações no elemento,  $[K_E]$ , com outra matriz,  $[K_G]$ , chamada matriz de rigidez geométrica (PRZEMIENIECKI, 1985). Esta matriz não depende apenas da geometria do elemento, mas também das tensões existentes no início do carregamento da placa, definido pelo passo de carga  $\{P_0\}$ . Sendo assim, quando o carregamento atinge um nível  $\{P\} = \lambda \{P_0\}$ , onde  $\lambda$  é um escalar, a matriz de rigidez global de uma placa pode ser escrita como:

$$[K] = [K_E] + \lambda[K_G] \quad (5)$$

As equações de equilíbrio que regem o comportamento da placa podem ser definidas como:

$$[[K_E] + \lambda[K_G]]\{U\} = \lambda\{P_0\} \quad (6)$$

onde  $\{U\}$  é o vetor deslocamento total da placa, determinado por:

$$\{U\} = [[K_E] + \lambda[K_G]]^{-1} \lambda\{P_0\} \quad (7)$$

Após a ocorrência da flambagem elástica, a placa apresenta grandes deslocamentos sem qualquer aumento de carga. Logo, o vetor deslocamento  $\{U\}$  tende ao infinito quando:

$$\det[[K_E] + \lambda[K_G]] = 0 \quad (8)$$

A Equação (8) representa um problema de autovalores, apresentando como solução autovalores de  $\lambda$ , sendo o menor autovalor,  $\lambda_1$ , correspondente ao valor de carga crítica em que a flambagem elástica ocorre, ou seja:

$$\{P_{cr}\} = \lambda_1\{P_0\} \quad (9)$$

Além da carga crítica, a configuração do deslocamento (modo de flambagem) pode ser definida através da associação do vetor deslocamento  $\{U\}$  com o menor autovalor  $\lambda_1$ .

### 2.2.2. Flambagem elasto-plástica

A determinação da carga última de flambagem inelástica é consideravelmente difícil, uma vez que a relação tensão-deformação além do estado de flambagem elástica é mais complexa (SZILARD, 2004). O material da placa é assumido como sendo linear elasto-plástico perfeito, ou seja, uma geometria inicial imperfeita que segue o modo de flambagem linear da placa é considerada. O valor máximo desta imperfeição é escolhido para ser  $H/2000$ , sendo  $H$  a largura da placa (EL-SAWY et al., 2004).

Para a carga última responsável pela flambagem não linear, uma carga de referência dada por  $P_y = \sigma_y t$ , onde  $\sigma_y$  é a tensão de escoamento do material, é aplicada em pequenos incrementos nas arestas da placa. Para cada incremento de carga, o método de Newton-Raphson foi aplicado para determinar os deslocamentos que correspondem à configuração de equilíbrio da placa, através das seguintes equações:

$$\{P\}_{i+1} = \{P\}_i + \{\Delta P\} \quad (10)$$

$$\{\psi\} = \{P\}_{i+1} - \{F_{NL}\} \quad (11)$$

$$[K_t]\{\Delta U\} = \{\psi\} \quad (12)$$

$$\{U\}_{i+1} = \{U\}_i + \{\Delta U\} \quad (13)$$

sendo  $[K_t]$  a matriz de rigidez tangente,  $\{\Delta U\}$  é o vetor responsável pelo incremento de deslocamentos necessários para atingir a configuração de equilíbrio,  $\{F_{NL}\}$  é o vetor de forças internas nodais não lineares e  $\{\psi\}$  é o vetor de cargas em desequilíbrio. Os vetores  $\{U\}_i$  e  $\{U\}_{i+1}$  correspondem aos deslocamentos enquanto que os vetores  $\{P\}_i$  e  $\{P\}_{i+1}$  correspondem as cargas externas aplicadas, considerando duas configurações de equilíbrio sucessivos da estrutura. A carga de colapso da estrutura é atingida quando o vetor de cargas em desequilíbrio  $\{\psi\}$  é anulado. (HELBIG et al., 2014).

2.3. Método *design constructal*

Os estudos sobre os princípios da Teoria Construtal foram desenvolvidos pelo professor romeno Adrian Bejan, onde foi definida a chamada Lei Construtal. A Lei Constructal diz que: para um sistema de fluxo de dimensões finitas persistir no tempo, sua configuração deve evoluir no tempo de forma a facilitar o acesso das correntes que fluem através do sistema (BEJAN e ZANE, 2012). O método utilizado na aplicação da Lei Construtal é denominado *Design Constructal*. O *Design Constructal* é um método que relacionando graus de liberdade, restrições e função objetivo, busca a geometria ótima que conduz ao melhor desempenho. Sendo assim, este método foi empregado no trabalho, permitindo avaliar como a variação da dimensão da perfuração na placa influencia em seu comportamento mecânico.

Neste trabalho foi considerada uma placa submetida a um carregamento axial de compressão uniforme e simplesmente apoiada. Considerando a relação Largura/Comprimento ( $H/L$ ), os modelos de placa analisados apresentam as seguintes dimensões: placa retangular (largura  $H = 1000$  mm, comprimento  $L = 2000$  mm,  $H/L = 0,50$ ) e placa quadrada (largura  $H = 1414,2$  mm, comprimento  $L = 1414,2$  mm,  $H/L = 1,00$ ). A esbeltez de ambas as placas é representada pela relação Largura/Espessura ( $H/t$ ), onde  $t = 10$  mm. As placas retangulares e quadradas apresentam uma relação  $H/t = 100$  e  $H/t = 141,42$ , respectivamente. A Figura 2 mostra as características gerais da placa e da perfuração considerada.

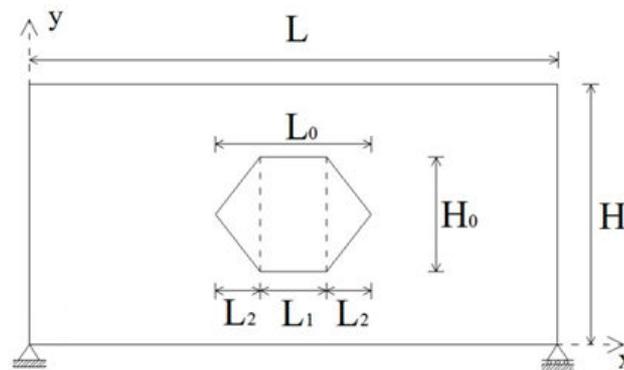


Figura 2: Características gerais da placa e da perfuração hexagonal longitudinal

Para a realização de uma comparação consistente entre as dimensões das perfurações hexagonais, uma restrição denominada fração de volume da perfuração,  $\phi$ , é definida. Esta relação é dada pela razão entre o volume da perfuração,  $V_0$ , e o volume total da placa (sem perfuração),  $V$ , sendo determinada através da divisão dos furos em uma área retangular e duas triangulares, conforme mostra a Fig. 2. A fração de volume,  $\phi$ , é definida através da seguinte equação:

$$\phi = \frac{V_0}{V} = \frac{\left( H_0 L_1 + \frac{2L_2 H_0}{2} \right) t}{HLt} = \frac{H_0 (L_1 + L_2) t}{HLt} = \frac{H_0 (L_1 + L_2)}{HL} = \frac{3}{4} \frac{L_0 H_0}{HL} \tag{14}$$

onde  $H_0$  e  $L_0$  são as dimensões características da perfuração, conforme Fig. 2. No presente estudo, foram considerados os seguintes valores para a fração de volume da perfuração:  $\phi = 0,10$ ,  $\phi = 0,15$ ,  $\phi = 0,20$  e  $\phi = 0,25$ . O grau de liberdade  $H_0/L_0$  (relação entre as dimensões características da perfuração) é livre para variar, respeitando a distância mínima de 100,00 mm entre as arestas da placa e as arestas do furo.

A função objetivo do estudo é definir a geometria ótima da perfuração ( $H_0/L_0$ ) que maximiza a tensão limite de flambagem em cada placa estudada. Para que os resultados obtidos sejam adequadamente comparados, os mesmos foram normalizados através da tensão de escoamento ( $\sigma_y$ ) do material da placa (que para o Aço A-36 é de 250 MPa), originando então a Tensão Limite Normalizada ( $TLN$ ). Para a tensão referente à flambagem elástica ( $\sigma_{cr}$ ) e elasto-plástica ( $\sigma_u$ ), a  $TLN$  é dada por:

$$TLN = \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} \tag{15}$$

$$TLN = \frac{\sigma_u}{\sigma_y} \tag{16}$$

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Inicialmente o modelo computacional utilizado na solução do problema de flambagem elástica foi verificado. Para isso, foi adotada uma placa simplesmente apoiada (Aço A-36) com  $H = 1000$  mm,  $L = 2000$  mm e  $t = 10$  mm, sem perfurações e discretizada com uma malha de elementos quadriláteros SHELL93, onde cada elemento apresenta uma dimensão de 20 mm. A carga crítica de flambagem definida pela solução analítica, Eq. (1), para a placa em estudo é 759,20 kN/m enquanto que o valor obtido pela solução numérica foi de 753,74 kN/m. Os resultados apresentaram uma diferença de 0,72%, verificando assim o modelo computacional.

Já a validação do modelo computacional utilizado para o problema de flambagem elasto-plástica foi realizada através da utilização de resultados experimentais obtidos em El-Sawy et al. (2001). Foi considerada para a validação uma placa com  $H = 1000,00$  mm,  $L = 1000$  mm e  $t = 20,00$  mm, considerando uma perfuração circular centralizada de diâmetro igual a 300,00 mm. A simulação também foi realizada para uma malha composta por elementos quadriláteros (SHELL93) de tamanho 20,00 mm, baseado nos trabalhos de Helbig et al. (2014) e Lorenzini et al. (2016). O resultado da carga última obtida numericamente,  $P_u = 4340,00$  kN/m, é comparada com o resultado experimental,  $P_u = 4270,00$  kN/m, produzido por El-Sawy et al. (2001) para uma placa idêntica a adotada para o modelo numérico. Logo, o modelo computacional foi validado, com uma diferença entre os resultados de 1,61%.

Com isso, a Fig. 3 apresenta a variação da  $TLN$  em função de  $H_0/L_0$ , para as placas  $H/L = 0,50$ , com perfuração hexagonal longitudinal, e ainda, considerando uma fração de volume  $\square = 0,10$ . Esta variação origina duas curvas para cada tipo de perfuração, referentes aos valores de  $TLN$  para a flambagem elástica e elasto-plástica. No canto superior direito da Fig. 3 é possível observar as características geométricas da perfuração com o menor valor de  $H_0/L_0$  (placa da esquerda) e com o maior valor de  $H_0/L_0$  (placa da direita).

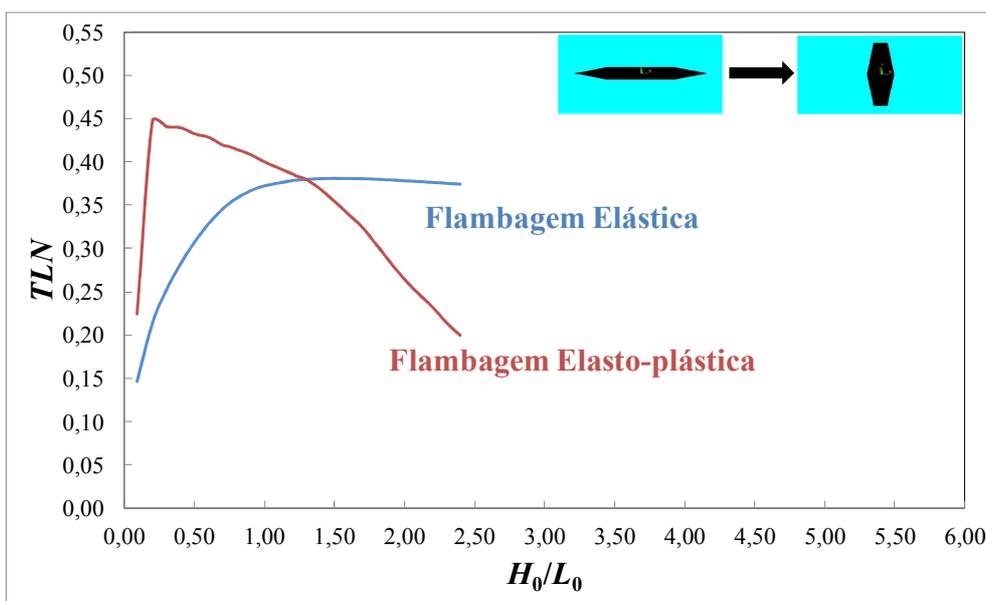


Figura 3:  $TLN$  em função de  $H_0/L_0$ , para a placa com  $H/L = 0,50$ ,  $\square = 0,10$

Analisando o gráfico da Fig. 3, observa-se que para valores de  $H_0/L_0$  localizados à esquerda do ponto de intersecção das curvas, a  $TLN$  última é atingida após a ocorrência da  $TLN$  crítica, garantindo uma segurança quanto à ocorrência da tensão de colapso da placa segundo as normas de projeto vigentes. Neste caso, como a intenção é evitar a ocorrência da flambagem, a curva referente a flambagem elasto-plástica é descartada. Já para os valores de  $H_0/L_0$  localizados à direita do ponto de intersecção das curvas, a tensão de escoamento do material da placa é atingida para valores menores dos que causariam a flambagem elástica. Nesta situação a análise linear não é válida, pois a mesma não será atingida. Então, a partir dos resultados apresentados na Fig. 3, foi possível a definição da curva limite de flambagem, ou seja, valores limites de  $TLN$ , em função da variação de  $H_0/L_0$ , que determinam a ocorrência de flambagem elástica ou elasto-plástica para a placa perfurada  $H/L = 0,50$  e  $\square = 0,10$ . Para as demais frações de volume,  $\square$ , das placas retangulares e quadradas, o procedimento de definição da curva limite de flambagem é semelhante ao realizado nos resultados obtidos para  $\square = 0,10$  e  $H/L = 0,50$ . Nas Figuras 4 e 5 são mostradas as curvas limite para todas as frações de volume estudadas para a perfuração hexagonal longitudinal e as placas  $H/L = 0,50$  (retangular)  $H/L = 1,00$  (quadrada), respectivamente.

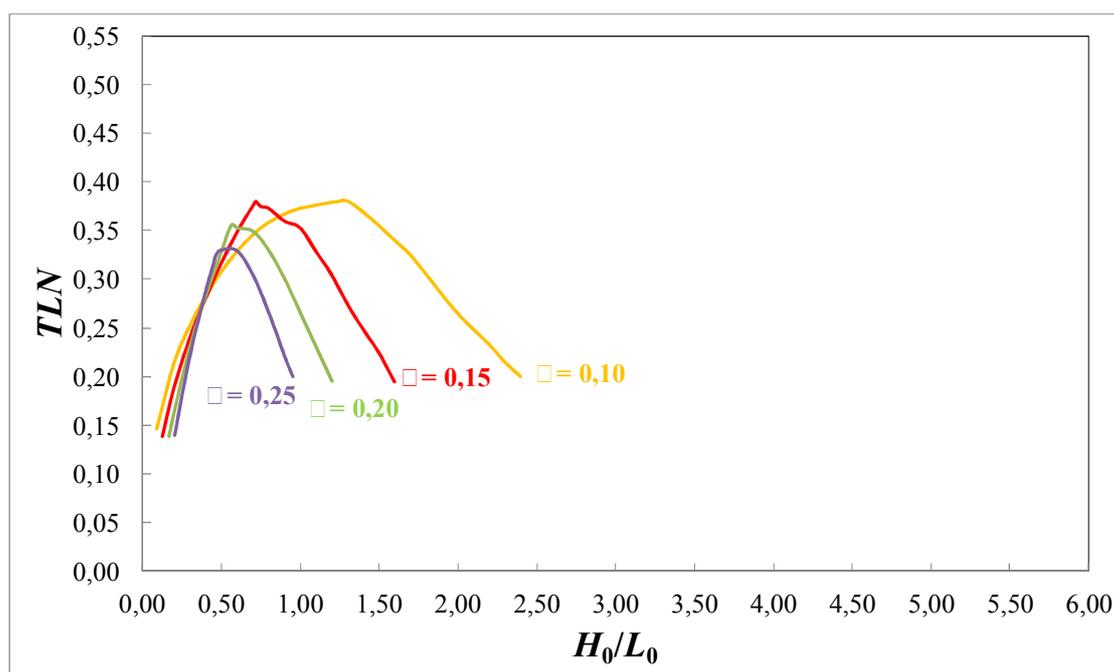


Figura 4: Curvas limite de flambagem para placas com  $H/L = 0,50$

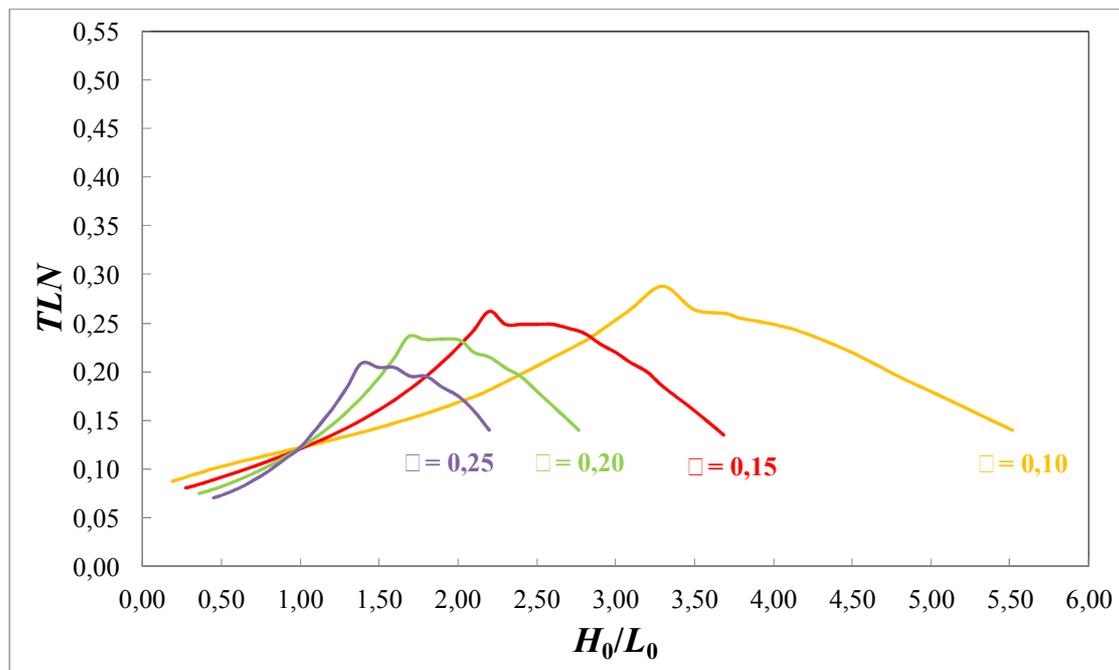


Figura 5: Curvas limite de flambagem para placas com  $H/L = 1,00$

Através da análise das curvas limite da Fig. 4, é possível verificar a influência da variação de  $\square$  nos resultados de  $TLN$ . Para um intervalo de  $0,09 \leq H_0/L_0 \leq 0,40$ , a fração de volume  $\square = 0,10$  obteve o melhor desempenho, enquanto que a fração  $\square = 0,25$  obteve o pior desempenho. Considerando um intervalo de  $0,60 \leq H_0/L_0 \leq 0,90$ , as frações de volume  $\square = 0,15$  e  $\square = 0,10$  obtiveram o melhor e o pior desempenho, respectivamente. Para o intervalo de  $0,90 \leq H_0/L_0 \leq 1,60$ , a fração de volume  $\square = 0,10$  apresenta resultados de  $TLN$  bastante superiores aos resultados obtidos por  $\square = 0,15$ . Para as curvas limite da Fig. 5, considerando todos os valores de  $\square$ , é possível ver que o intervalo de relações  $H_0/L_0$  simuladas para placas  $H/L = 1,00$  é maior do que para  $H/L = 0,50$  (Fig. 4). A análise feita para a Fig. 4, envolvendo intervalos de  $H_0/L_0$  e as respectivas frações de volume, que promovem os melhores resultados de  $TLN$  é semelhante para as curvas da Fig. 5. Outras características que podem ser observadas nas Fig. 4 e 5 são: o intervalo de relações  $H_0/L_0$  simuladas diminui conforme o aumento de  $\square$ ; a fração de volume  $\square = 0,10$  apresenta o maior número de relações  $H_0/L_0$  simuladas enquanto que o menor número de relações  $H_0/L_0$  simuladas ocorre para  $\square = 0,25$ .

Analisando os gráficos das Fig. 4 e 5 é possível observar que todas as curvas limite atingem um ponto de máximo, caracterizando a relação  $H_0/L_0$  otimizada ( $(H_0/L_0)_o$ ) e a sua respectiva  $TLN$  maximizada ( $(TLN)_m$ ). Este ponto de máximo das curvas é a intersecção entre as curvas de flambagem elástica e elasto-plástica (ver Fig. 3) de cada  $\square$ , considerando as duas dimensões de placas analisadas. Na Tabela 1, são apresentados os valores máximos de  $TLN$  para as placas retangulares e quadradas. Além disso, considerando somente valores de  $H_0/L_0$  maiores que  $(H_0/L_0)_o$  em cada caso, são apresentados na Tab. 1 os menores valores de  $TLN$  e seu respectivo valor de  $H_0/L_0$ . Optou-se por comparar os casos ótimos com os piores casos que possuem  $H_0/L_0 > (H_0/L_0)_o$ , pois nessas configurações ocorre a flambagem elasto-plástica que causa o colapso da estrutura.

Tabela 1: Tensões limites máximas e mínimas para os casos estudados

Fração de volume	$H/L = 0,50$				
	$(H_0/L_0)_o$	$(TLN)_m$	$H_0/L_0$	$TLN$	Diferença (%)
$\phi = 0,10$	1,30	0,380	2,40	0,200	90,00
$\phi = 0,15$	0,72	0,380	1,60	0,195	94,87
$\phi = 0,20$	0,56	0,353	1,20	0,195	81,03
$\phi = 0,25$	0,47	0,324	0,95	0,200	62,00
Fração de volume	$H/L = 1,00$				
	$(H_0/L_0)_o$	$(TLN)_m$	$H_0/L_0$	$TLN$	Diferença (%)
$\phi = 0,10$	3,30	0,284	5,52	0,140	102,86
$\phi = 0,15$	2,20	0,262	3,68	0,135	94,07
$\phi = 0,20$	1,69	0,236	2,76	0,140	68,57
$\phi = 0,25$	1,39	0,209	2,20	0,140	49,29

De acordo com a Tab. 1, considerando a melhoria do comportamento mecânico entre o caso ótimo e o pior caso, a otimização geométrica realizada através do método *Design Construtal* indica que, para as placas  $H/L = 0,50$  e  $H/L = 1,00$ , a perfuração hexagonal longitudinal apresentou uma melhoria de 94,87% para  $\phi = 0,15$  e 102,86% para  $\phi = 0,10$ , respectivamente. Os menores percentuais de melhorias ocorreram para a fração de volume  $\phi = 0,25$ , onde, considerando a placa  $H/L = 0,50$ , o furo hexagonal longitudinal apresentou uma melhoria de 62,00%, enquanto que para a placa  $H/L = 1,00$  ocorreram melhorias de 49,29%. Cabe destacar, que estas melhorias são obtidas apenas através da variação da forma do furo (grau de liberdade  $H_0/L_0$ ). É possível observar também, que o aumento de  $\phi$  provoca uma redução nos valores de  $(TLN)_m$  e  $(H_0/L_0)_o$ . Essa situação ocorre devido ao aumento de  $\phi$  provocar um aumento nas proporções da perfuração, gerando uma retirada maior de material da placa e, conseqüentemente, enfraquecendo-a.

Considerando o aumento de  $\phi$ , entre os valores de 0,10 e 0,25, é possível observar a ocorrência de uma redução gradativa dos percentuais de melhorias da  $(TLN)_m$ , para a placa  $H/L = 1,00$ . Para a placa  $H/L = 0,50$ , observa-se um pequeno aumento no percentual de melhorias entre  $\phi = 0,10$  e  $\phi = 0,15$  de 90,00% para 94,87%, ocorrendo uma redução deste percentual para valores maiores de  $\phi$ . Ainda analisando os resultados apresentados na Tab. 1, é possível observar que não existe um único valor de  $(H_0/L_0)_o$  que conduza ao comportamento superior, ou seja, não existe uma geometria universal para a perfuração que maximize a  $TLN$ . Sendo assim, para cada valor de  $H/L$  e  $\phi$  é necessário definir um valor específico de  $(H_0/L_0)_o$ .

Por fim, as Figs. 6 e 7 mostram, respectivamente, para as placas com  $H/L = 0,50$  e  $H/L = 1,00$ , a distribuição de tensões por von Mises, para os casos apresentados na Tab. 1.

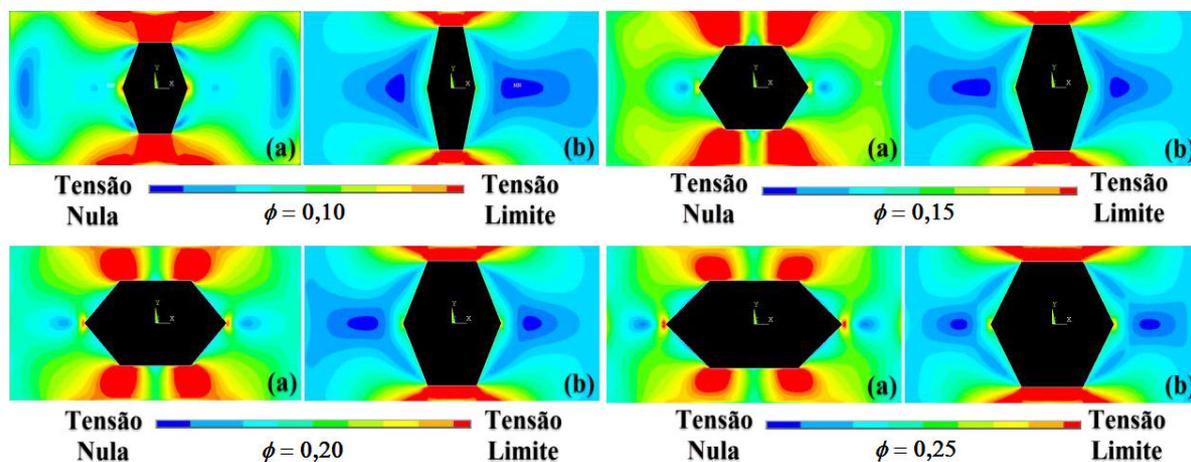


Figura 6: Distribuição de tensões para placas  $H/L = 0,50$ , considerando (a) Casos ótimos e (b) Piores casos

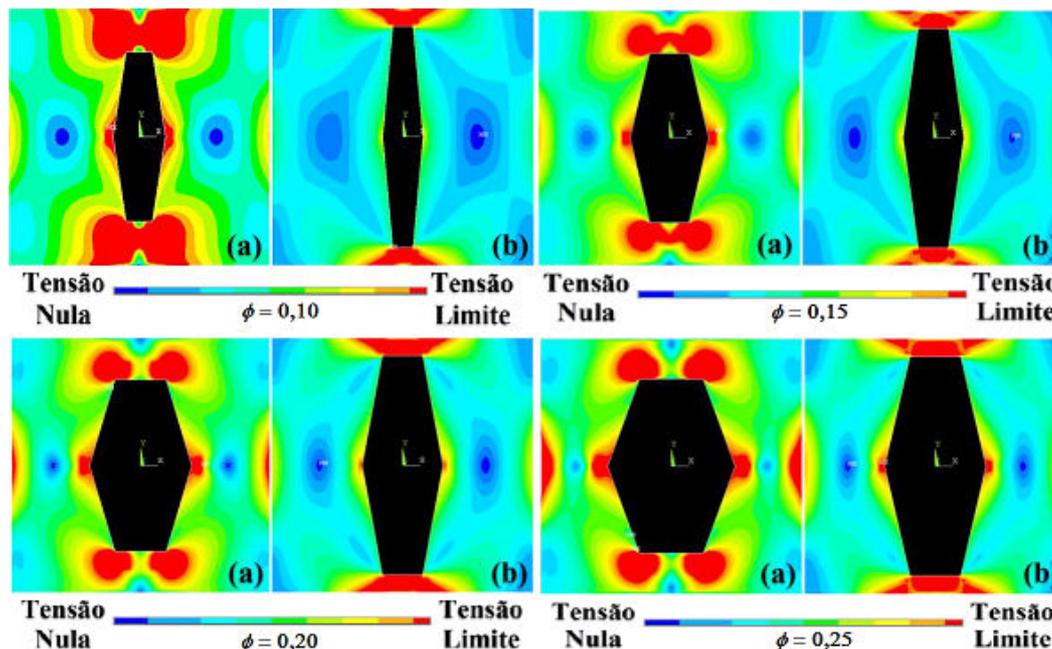


Figura 7: Distribuição de tensões para placas  $H/L = 1,00$ , considerando (a) Casos ótimos e (b) Piores casos

Analisando as Figs. 6 e 7 observa-se que as geometrias ótimas apresentam uma melhor distribuição das tensões limites ao longo de toda a superfície das placas, enquanto que para os piores casos isso não acontece. Em outras palavras, as geometrias ótimas permitem que a tensão limite seja melhor distribuída em cada caso, o que faz com que uma maior região da placa seja exposta à essa tensão (cor vermelha nessas figuras), independentemente da fração de volume utilizada. Os princípios da Teoria Construtal justificam este comportamento mecânico superior alcançado pelas geometrias ótimas, através do princípio da ótima distribuição de imperfeições (BEJAN e ZANE, 2012).

#### 4. CONCLUSÕES

Através da variação do grau de liberdade  $H_0/L_0$ , mantendo como restrição as frações de volume da perfuração  $\square = 0,10$ ,  $\square = 0,15$ ,  $\square = 0,20$  e  $\square = 0,25$ , foi possível avaliar a influência das dimensões da perfuração no comportamento mecânico sob flambagem das placas. Através dos resultados obtidos, foi possível notar que a variação das dimensões da perfuração estabelece a ocorrência da flambagem elástica ou elasto-plástica na placa, independentemente da dimensão da placa. Na literatura consultada, essa mudança de comportamento de flambagem sempre foi relacionada à variação da espessura da placa. Sendo assim, essa é uma importante contribuição do presente estudo.

Foi observado também que a mudança do regime elástico para o regime elasto-plástico de placas sob flambagem foi definida pela intersecção das curvas de flambagem linear e não linear. Sendo assim, para descrever o fenômeno de flambagem nas placas perfuradas  $H/L = 0,50$  e  $H/L = 1,00$ , uma curva limite de tensão para cada fração de volume estudada foi definida, através da união do comportamento de flambagem elástica e elasto-plástica, sendo esta outra contribuição científica relevante deste trabalho. O melhor desempenho mecânico foi obtido exatamente no ponto de intersecção entre as curvas elástica e elasto-plástica. Este ponto de intersecção é definido pela relação  $(H_0/L_0)_o$  e a sua referente  $(TLN)_m$ . Comparando os valores de  $TLN$  dos casos ótimos com os valores de  $TLN$  dos piores casos, ficou constatado que a fração de volume  $\square = 0,10$ , com  $H/L = 1,00$ , obteve os melhores percentuais de melhorias, enquanto que para  $\square = 0,25$ , para as duas relações de  $H/L$ , ocorreram os piores percentuais. Além disso, o estudo apresenta as distribuições de tensões nas placas estudadas, deixando evidente que as relações  $(H_0/L_0)_o$  proporcionam uma melhor distribuição de tensões nas placas e mostrando que o valor de  $\square$  afeta as distribuições de tensões em placas retangulares e quadradas.

Sendo assim, fica evidente que o método *Design Construtal*, aliado à simulação numérica estrutural, é uma ferramenta eficaz na análise da influência de perfurações hexagonais em placas submetidas ao fenômeno de flambagem, permitindo para cada  $\square$  estudado, a determinação de uma curva limite de tensão, que impede a ocorrência da flambagem desses componentes estruturais.

## 5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ÅKESSON, B. Plate buckling in bridges and other structures. Taylor & Francis Group, London, UK, 2007.
- ANSYS®. “User’s manual”. Swanson Analysis System Inc. Houston, 2005.
- BEJAN, A., & ZANE, J. P. “Design in nature”. Doubleday, 2012.
- BLAAUWENDRAAD, J. “Plates and FEM – Surprises and Pitfalls”. Springer, New York, 2010.
- CHENG, L.; ZHENG, Y.; LI, D. “Research on Hole-Edge Stress Distribution of Composite Materialz Plate with Complex Holes by Integral Equations Method”. Journal of Mechanical Strength, 2006.
- CHOW, F.-Y., & NARAYANAN, R. “Buckling of Plates Containing Openings”. In Seventh International Conference on Cold-Formed Steel Structures, pp. 39–45, 1984.
- EL-SAWY, K. M., & NAZMY, A. S. “Effect of aspect ratio on the elastic buckling of uniaxially loaded plates with eccentric holes”. Thin-Walled Structures, Vol. 39, pp. 983–998, 2001.
- EL-SAWY, K. M.; NAZMY, A. S. & MARTINI, M. I. “Elasto-plastic buckling of perforated plates under uniaxial compression”. Thin-Walled Structures, Vol. 42, pp. 1083–1101, 2004.
- EL-SAWY, K. M. & MARTINI, M. I. “Elastic stability of bi-axially loaded rectangular plates with a single circular hole”. Thin-Walled Structures, Vol. 45, pp. 122–133, 2007.
- HELBIG, D.; ROCHA, L. A. O.; DOS SANTOS, E. D.; REAL, M. V.; ISOLDI, L. A. & SILVA, C. C. C. “Numerical Simulation and Constructal Design Method Applied to the Study of the Cutout Shape Influence in the Mechanical Behavior of Perforated Plates Subjected to Buckling”. In XXXV Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE). Fortaleza, Brazil, 2014.
- HELBIG, D.; DA SILVA, C.C.C.; REAL, M.V.; DOS SANTOS, E.D.; ISOLDI, L.A. & ROCHA, L.A.O. “Study About Buckling Phenomenon in Perforated Thin Steel Plates Employing Computational Modeling and Constructal Design Method”. Latin American Journal of Solids and Structures (LAJSS), Vol. 13, pp. 1912-1936, 2016.
- LORENZINI, G.; HELBIG, D.; DA SILVA, C.C.C.; REAL, M.V.; DOS SANTOS, E.D.; ISOLDI, L.A. & ROCHA, L.A.O. “Numerical evaluation of the effect of type and shape of perforations on the buckling of thin steel plates by means of the constructal design method”. International Journal of Heat and Technology, Vol. 34, pp. 9-20, 2016.
- MADENCI, E.; GUVEN, I. “The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS®”. [S.l.]: Springer, 2006.
- PRZEMIENIECKI, J. S. “Theory of Matrix Structural Analysis”. Ed.Dover Publications, 1985..
- ROCHA, L. A. O.; ISOLDI, L. A.; REAL, M. V.; DOS SANTOS, E. D.; CORREIA, A. L. G.; LORENZINI, G. & BISERNI, C. “Constructal Design Applied to the Elastic Buckling of Thin Plates with Holes”. Central European Journal of Engineering, Vol. 3, pp. 475–483, 2013.
- SILVA, V. P. “Dimensionamento de Estruturas de Aço”. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica, São Paulo, Brasil, 2012.
- SOLTANI, M. R.; BOUCHAIR, A. & MIMOUNE, M. “Nonlinear FE analysis of the ultimate behavior of steel castellated beams”. Journal of Constructional Steel Research, Vol. 70, pp.101-114, 2012.
- SZILARD, R. “Theories and Applications of Plate Analysis: Classical Numerical and Engineering Methods”.[S.l.], John Wiley & Sons, 2004.

TRAHAIR, N.S.; BRADFORD, M.A.; NETHERCOT, D.A. & GARDNER L. “The Behaviour and Design of Steel Structures to EC3”. Taylor & Francis, 2008.

VINSON, J. R. “Plate and Panel Structures of Isotropic, Composite and Piezoelectric Materials, Including Sandwich Construction”. Springer, 2005.